

A H V
HelloLogic!

FITXA 3

Comptem quadrats

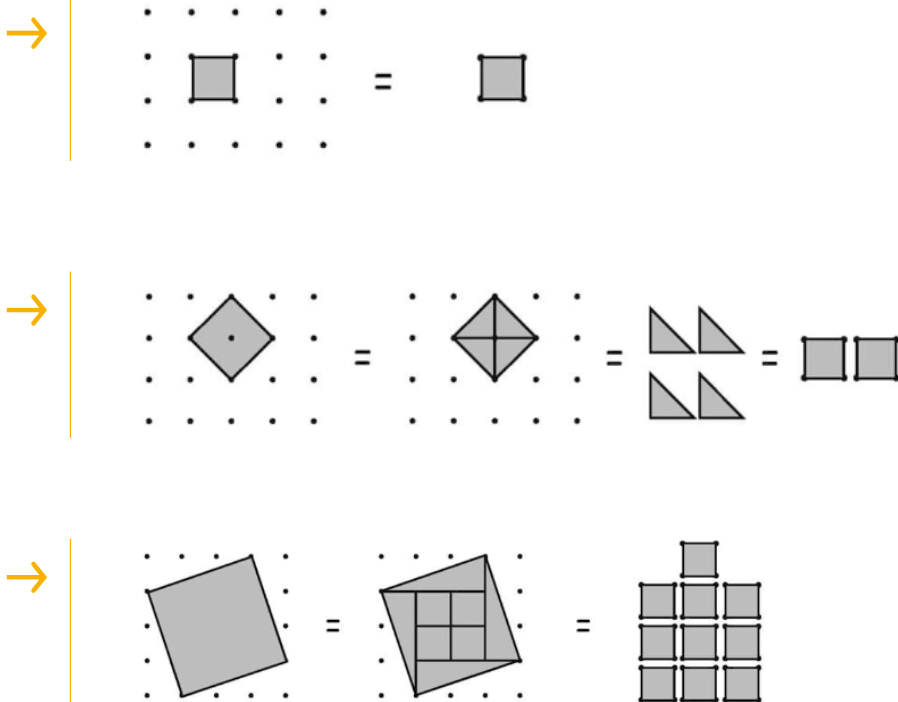
Nivell: **Primària / Secundària**

TASCA:

Comptem quadrats

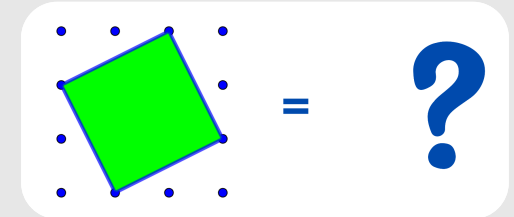
ENUNCIAT:

Observa les pistes següents. T'ajudaran amb les preguntes de més endavant:

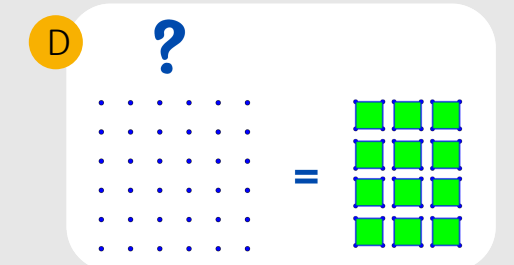
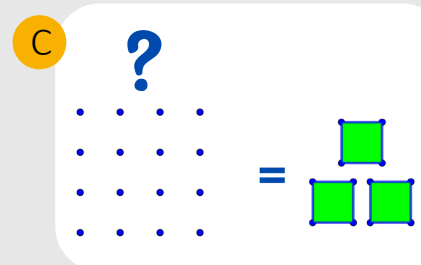
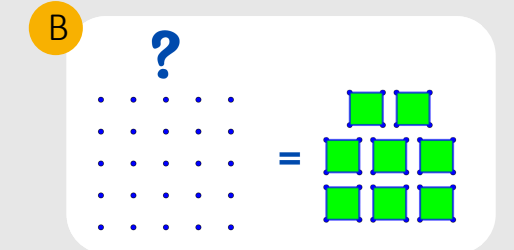
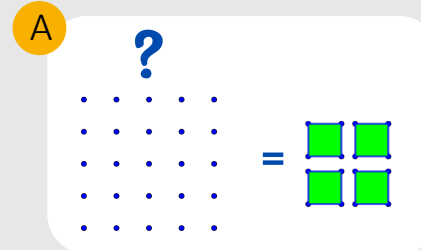


PREGUNTES:

1.
Quants quadrats petits (de costat 1 unitat) es poden formar a partir del quadrat següent?



2.
Observant el nombre de quadrats petits (de costat 1 unitat), sabries trobar els quadrats grans a partir dels quals s'han obtingut els petits?

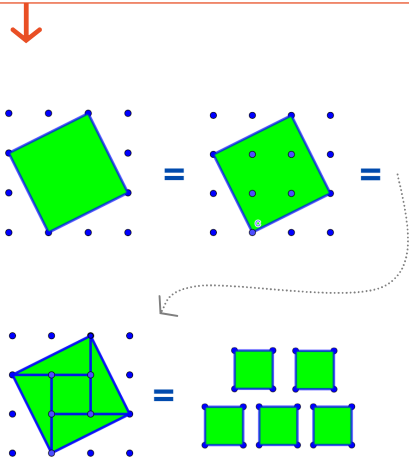


TASCA:

Comptem quadrats

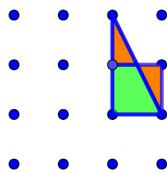
SOLUCIÓ:

1A PREGUNTA:



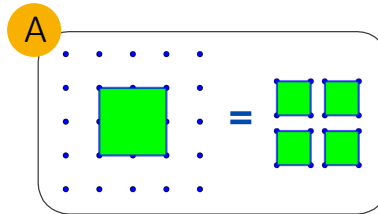
S'hi observa que es poden formar quatre triangles i un quadrat.

Amb un triangle es pot formar un quadrat:

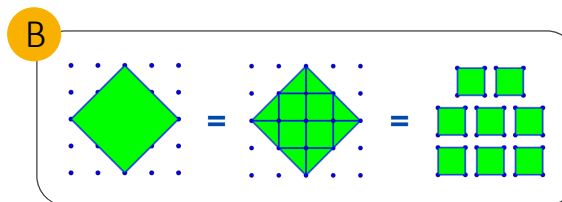


Per tant, hi ha un total de cinc quadrats.

2A PREGUNTA:

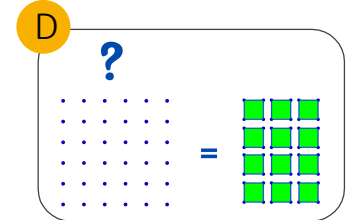
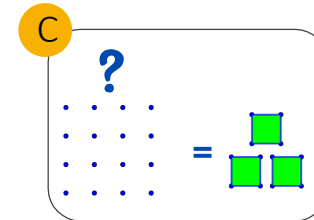


Amb quatre quadrats es pot formar un quadrat de costat 2 unitats.



Ara hi ha vuit quadrats, que s'han d'ajuntar per formar-ne un de més gran.

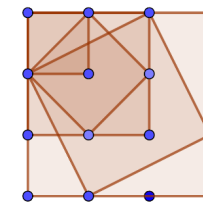
Per tant, estem buscant un quadrat que té per superfície $8 u^2$.



Si es busquen tots els quadrats que es poden formar en cadascuna de les trames quadrades donades, veiem que cap encaixa amb el nombre de quadrats que ens proposa l'enunciat.

Per exemple, en el cas de la trama 4×4 , els quadrats horitzontals possibles tenen superfície 1, 4 i 9, i els quadrats inclinats en tenen 2 i 5.

Per tant, no hi ha cap possibilitat que doni 3.



TASCA:

Comptem quadrats

PISTES I ESTÍMULS



PER INICIAR
EL PROBLEMA

- Explica amb les teves paraules què es mostra en cadascun dels exemples.
- Observa els exemples amb atenció: quin et pot servir de model per començar el primer repte?
- Agafa paper i llapis, o un geoplà (físic o virtual), per poder fer proves.
- Crea una bateria de preguntes per anar fent a mesura que van avançant:
 - / En quines figures es divideix el quadrat original?
 - / Com són els triangles?
 - / I quant val l'àrea d'aquests triangles rectangles?



PER DESBLOQUEJAR

- Pot ser d'ajuda treballar amb paper i tisores per visualitzar millor les descomposicions.
- El treball sobre fulls de trama quadrada o amb geoplans pot resultar útil.
- Per a la segona pregunta, pot anar bé plantejar-se en quins casos és possible dibuixar el quadrat de forma horitzontal (no inclinat).
- Per al segon repte de la segona pregunta, pot anar bé fer servir quadrats de paper (tipus bloc de notes) per tal de fer proves, plegar-los, retallar-los...
- Per al tercer repte de la segona pregunta, pot resultar interessant plantejar-se quins quadrats es poden formar amb la trama quadrada donada a l'enunciat.



PER ANAR MÉS ENLLÀ

- Hi ha un únic camí per trobar la resposta?
 - Hi ha una única composició de figura amb les unitats quadrades donades?
 - Quins quadrats inclinats diferents pots dibuixar en una quadrícula 3×3 ? I amb una 4×4 ? I amb una 5×5 ? Com saps que els has trobat tots? Quins canvis es poden observar quan augmentes la mida de la quadrícula?
 - Hi ha dues maneres molt diferents de dibuixar un quadrat d'àrea $25 u^2$ en una quadrícula: una d'horitzontal i una altra d'inclinada. Quin és el següent nombre que es pot representar com l'àrea d'un quadrat de més d'una manera?
- Inventa't un repte que tingui solució i un altre que sigui impossible.
 - Per què creus que la graella de punts en tots els reptes és de dimensió quadrada? Hi ha alguna relació amb el quadrat?
 - En quins reptes no és necessària l'ajuda de triangles rectangles?
 - Relaciona aquests reptes amb algun teorema?

Al segon repte, l'alumnat de secundària pot aplicar el teorema de Pitàgores a l'hora de pensar quin és el costat del quadrat inclinat que ha de construir: es pot posar el nombre 8 com a suma de dos nombres quadrats? La resposta és que sí: $8 = 2^2 + 2^2$. Per tant, s'ha de buscar un quadrat recolzat sobre un triangle rectangle de catets 2. Al tercer i quart repte no és possible trobar una solució, ja que 3 i 12 (el nombre de quadrats de costat 1 unitat) són nombres que ni són quadrats ni es poden posar com a suma de dos nombres quadrats.

TASCA:

Comptem quadrats

PISTES I ESTÍMULS



GESTIÓ D'AULA

Es poden donar fulls de trama quadrada o geoplans per tal que l'alumnat experimenti. També pot resultar útil, en el cas de la primera pregunta, l'ús de tisores per retallar les descomposicions del quadrat; i, per a la segona pregunta, l'ús de quadrats de paper.

Cal donar temps perquè l'alumnat experimenti, i se l'ha de convidar a dibuixar possibles solucions. En cas necessari, es pot donar material que ajudi a visualitzar millor els reptes.

Per a l'alumnat que encara no coneix el teorema de Pitàgores i que haurà de buscar tots els quadrats possibles que es poden formar amb una trama quadrada, és important vetllar perquè el recompte es faci de forma sistemàtica, per no deixar-se'n cap cas. L'activitat també pot servir com a descoberta del teorema, comparant l'àrea del quadrat inicial amb l'àrea de la quadrícula.

En la primera pregunta pot haver-hi alumnes que responguin «quatre quadrats», sense diferenciar el cas que es demana del cas en què el quadrat està situat de forma horitzontal. Si passa això, val la pena que comparin els dos quadrats (el que està en posició horitzontal i el que està inclinat) i fer-los preguntes del tipus: «Quines diferències hi ha entre els dos quadrats?», «Com són els costats?», «Tu dius que són iguals: com ho pots comprovar?». Alguns alumnes encara creuen que les figures inclinades són rombes i no quadrats. Cal aclarir que els quatre costats tenen la mateixa longitud i que els angles interiors són de 90° . També pot ser que calgui aclarir a l'alumnat que la separació entre dos punts en diagonal no val el mateix que la separació de punts en horitzontal o vertical.



TASCA:

Comptem quadrats



ANÀLISI



QUINES IDEES
MATEMÀTIQUES
S'UTILITZEN?

- Mesurament: àrea i perímetre.
- Propietats de figures geomètriques.
- Descomposició de figures geomètriques.
- Teorema de Pitàgores.
- Pensament exhaustiu.
- Desenvolupament de la visió espacial.



• QUINES DESTRESES
SOCIOEMOCIONALS ES
PRACTIQUEN?

- La **confiança** en les pròpies possibilitats per progressar a partir dels intents no aconseguits.
- La **persistència** per seguir cercant les solucions, encara que no surtin de forma immediata. I per als casos en què no és possible trobar una solució, la persistència serà necessària per trobar una bona justificació.
- La **creativitat** per a la cerca d'enfocaments alternatius i diferents si l'enfocament inicial no porta al resultat desitjat.



QUINS PROCESSOS MATEMÀTICS
ES CONTRIBUEIX A DESENVOLUPAR?

- **Raonament i prova:** per als casos en què no és possible trobar una solució, caldrà demostrar-ho i justificar-ho amb arguments matemàtics. Una possible via seria la cerca de tots els quadrats possibles que es poden formar en una trama quadrada determinada. Per tant, això suposa desenvolupar el pensament exhaustiu.
- **Connexions:** el repte relaciona idees sobre mesurament i propietats de les figures geomètriques; i, en cas que s'empli el teorema de Pitàgores, també es vincula amb la numeració, ja que sorgeix la necessitat d'investigar si un nombre es pot posar com a suma de dos nombres quadrats.
- **Comunicació:** si se li demana que expliqui la solució, l'alumnat haurà d'argumentar les seves troballes de forma justificada, fent ús d'un vocabulari apropiat.
- **Representació:** el repte demana representar de dues formes diferents figures que tenen igual superfície.

TASCA:

Comptem quadrats

ANÀLISI




QUINES HABILITATS DE PENSAMENT COMPUTACIONAL ES TREBALLEN?

- **Lògica:** han de fer diferents descomposicions i representacions.
- **Patrons:** pot resultar interessant observar com són els quadrats que es poden formar, a mesura que la trama quadrada es fa gran, i quants quadrats hi ha.
- **Algorismes:** si es decideix que l'alumnat hagi d'explicar la solució, caldrà descriure-la a través de passos clars i seqüenciats.
- **Abstracció:** per als casos sense solució si s'opta per treballar la descomposició de nombres com a suma de dos nombres quadrats.

QUINES TÈNIQUES "TANTON" DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES ES POSEN EN JOC?


☐ SUCCESSFUL
FLAILING

☒  **WISHFUL
THINKING**


☐  **MAKE IT
SMALL**

☐  **PERSEVERANCE
IS KEY**

☐  **AVOID
HARD WORK**

☐  **DO SOMETHING**

☐  **THE POWER
OF DRAWING**

☒  **ELIMINATE
INCORRECT
CHOICES**

☐  **SECOND-GUESS
THE AUTHOR**

☒  **GO TO THE
XTREMES**

Format: fitxa i pòster.

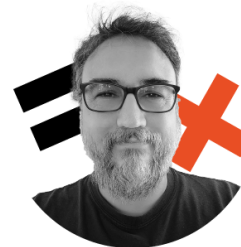
Font: Tanton, J. (2015).
More Without Words:
Mathematical Puzzles
to Confound and
Delight. Tarquin.

EduCaixa

Crèdits

PERSONES QUE HAN TREBALLAT EN LA SELECCIÓ I L'ANÀLISI:

Anton Aubanell
Clàudia Casero
Raül Fernández
Carles Granell
Arnau Sánchez
Núria Serra





Fundació "la Caixa"